

Termodinamika feladatok 7.

1. feladat. 1 liternyi $T_- = 273\text{ K}$ -es vizet $T_+ = 373\text{ K}$ -es hőtartállyal hozunk kapcsolatba. Mennyit változik a víz, a környezet és a világ entrópiája a hőátadás alapján, lassú folyamatot feltételezve? Milyen ismert egyenlőtlenséget kapunk a paraméteresen felírt $\Delta S > 0$ feltételből az $x = T_-/T_+$ változóra? [$\Delta S_{\text{víz}} = 312\text{ cal/K}$, $\Delta S_{\text{környezet}} = -268\text{ cal/K}$, $\Delta S_{\text{teljes}} = 44\text{ cal/K}$; $\ln x < x - 1$]
2. feladat. Határozzuk meg az állandó C_V mólhővel jellemzett ideális gáz entrópiaváltozását a (T_0, V_0) és (T, V) állapotok között kvazisztatikus hőátadási folyamatokat feltételezve. Járjunk el úgy, hogy először a p_0 állandó nyomáson zajlik az állapotváltozás, majd a végső térfogatnak megfelelő állandó V térfogaton, illetve először a V_0 állandó térfogaton, majd a végállapot nyomásának megfelelő állandó nyomáson. Ezt megtehetjük, hiszen az entrópia *állapotjelző*. (Használjuk ki, hogy $C_p - C_V = R$.) [$\Delta S = n(C_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0})$]
3. feladat. 5 mól 27°C -os hidrogént 1 atm-ről 5 atm-ra lassan nyomunk össze a) izotermikusan, b) adiabatikusan. Mennyi az entrópiaváltozás a hőátadás alapján?
4. feladat. Felhasználva, hogy n mól állandó C_V hőkapacitású ideális gáz entrópiája $S(T, V) = C_V n \ln \frac{T}{T_0} + R n \ln \frac{V}{V_0} + S_0$, ahol a nulla indexű mennyiségek valamely referenciaállapothoz tartoznak, határozzuk meg az a) izoterm, b) izochor, c) izobár állapotváltozások során tapasztalható entrópiaváltozást tetszőleges 1. és 2. állapotok között. Vegyük észre, hogy az entrópiafüggvény ismeretében az entrópiakülönbség akár *gyors* folyamatok kezdő-, és végállapota között is érvényes, hiszen az entrópia értéke nem függ a folyamattól. Hogyan adható meg az adiabata egyenlete S -el kifejezve a T, V változóknak? [$\Delta S =$ a) $R n \ln \frac{V_2}{V_1}$, b) $C_V n \ln \frac{T_2}{T_1}$, c) $C_p n \ln \frac{T_2}{T_1}$; az S entrópiához tartozó adiabata mentén zajló kvazisztatikus folyamatban $TV^\kappa = T_0 V_0^\kappa e^{(S-S_0)/(nC_V)}$]
5. Mennyit változik Univerzumunk entrópiája, ha egy 10 m^3 levegőt tartalmazó elhagyott robotúrhajó anyagfáradás miatt kilyukad, és a benne levő levegő a kb. 10^{61} m^3 térfogatú Univerzumban lassan szétterjed. Útmutatás: az úrhajó és a levegő átveszi az Univerzum hőmérsékletét. [$\Delta S = 37\text{ kcal/K}$]
6. feladat. Határozzuk meg a háromszög körfolyamat mentén (5./6. feladat) a $b \rightarrow c$, a $c \rightarrow a$, és az $a \rightarrow b$ szakaszokhoz tartozó entrópiaváltozást az $S(T, V) = C_V n \ln T + R n \ln V + \text{konst.}$ entrópiafüggvény alapján. Mutassuk meg, hogy a $c \rightarrow a$ és az $a \rightarrow b$ szakaszokon ugyanezt az eredményt kapnánk a $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} C_n \frac{dT}{T} = C_n \ln \frac{T_2}{T_1}$ összefüggés alapján is, lassú változást feltételezve. (A $b \rightarrow c$ szakasz mentén ezt nem állíthatjuk, mert nem ismerjük a fajhőt.) [$\Delta S_{a \rightarrow b} = C_V \ln 2$, $\Delta S_{b \rightarrow c} = R \ln 2$, $\Delta S_{c \rightarrow a} = -C_p \ln 2$, s ezért $\Delta S_{\text{teljes}} = 0$]

7. feladat*. Határozzuk meg a konstans C_V -jú ideális gázzal működő izoterm háromszög folyamatot (5./8. feladat) oldalról érintő adiabaták entrópia értékei közötti különbséget. Tekintsük továbbá az ezen adiabaták és a T_0 és $2T_0$ izotermák által alkotott Carnot-körfolyamatot. Ábrázoljuk ezt a két körfolyamatot

a) az $\ln p$ - $\ln V$ síkon ($\ln p$ a függőleges tengelyen),

b) a T - S síkon (T a függőleges tengelyen).

Használjuk az utóbbi esetben az $S(T, V) = C_V n \ln T + nR \ln V + \text{konst.}$ entrópiafüggvényt, melyből pl. a $T(S)$ kapcsolat is következik kvázistacionárius izochor és izobár folyamatokban.

8. feladat. Melyik főtétellel kerülnénk ellentmondásba, ha egy adiabata két pontban metszhetne egy izotermát?

9. feladat. A két főtételt összefoglaló, kis állapotjelző-változásokra vonatkozó $dU = T dS - p dV$ összefüggésből $dS = dU/T + p dV/T$. A belső energia $dU = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + (\frac{\partial U}{\partial V})_T dV$ megváltozását behelyettesítve

$$dS = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV,$$

ahol használtuk a 6./10. feladat azonosságát. A dT együtthatója $(\partial S/\partial T)_V$, a dV együtthatója $(\partial S/\partial V)_T$, és a két parciális deriváltból mindig meg tudjuk határozni a két változós függvényt (l. a 6./10. feladat útmutatása). A két állapotegyenletből tehát mindig megkapható az $S(T, V)$ függvény a hő fogalmának használata nélkül!

Ezek alapján határozzuk meg a következő rendszerek $S(T, V)$ entrópiafüggvényét:

a) adott $C_V(T)$ hőmérsékletfüggő fajhővel jellemzett ideális gáz.

$$[S = n \int \frac{C_V(T)}{T} dT + nR \ln V + \text{konst.}]$$

b*) egy mól állandó C_V mólhőjú van der Waals-gáz.

10. feladat. Egy mól van der Waals-gáz $S(T, V)$ entrópiafüggvényében fejezzük ki a hőmérsékletet a U belső energiával. Az $S(U, V)$ függvényről mutassuk meg, hogy termodinamikai potenciál, vagyis a $(\frac{\partial S}{\partial U})_V = \frac{1}{T}$ és $(\frac{\partial S}{\partial V})_T = \frac{p}{T}$ deriváltakból következik a két állapotegyenlet.

11. feladat*. Határozzuk meg a 6./11. feladatban leírt kondenzált anyag $S(T, V)$ entrópiáját. Hogyan néz ki egy izoterma és egy adiabata a p - V síkon? Rajzoljunk fel egy Carnot-körfolyamatot ezzel az anyaggal.

12. feladat. Határozzuk meg a 6./12. feladatban szereplő kondenzált anyag $S(T, V)$ entrópiáját. $[S - S_0 = nb(T - T_0) - aT(V - V_0)^2]$