# Termodinamika feladatok 6.

1. feladat. Két Carnot-körfolyamat működik ugyanazon két hőtartály között, az egyikben $C_V = 3R/2$, a másikban $C_V = 5R/2$ mólhőjű ideális gázzal. A minimális és a maximális térfogat és nyomás is ugyanaz minkét esetben. Azonos a körfolyamat alatt végzett munka is? És a hatásfok?

2. feladat*. Határozzuk meg a Carnot-körfolyamat egyes fázisait olyan van der Waals-gáz esetén, melynek $C_V$ mólhője állandó. Mekkora a hatásfok? (Útmutatás: a belső energia egy mólra $u = C_V T - a/v$, és az adiabaták egyenlete $T^{C_V/R}(v-b) =$ állandó.)

3. feladat. Mennyi az entrópiaváltozás, ha

   a) 2 kg jég lassan 0 °C-os vízzé olvad,

   b) 4 g vízgőz lassan 100 °C-os vízzé kondenzálódik?

   (Útmutatás: lassú folyamatokban $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \delta Q/T$ és fázisátalakulások során a hőátadást nem kíséri hőmérsékletváltozás, $T =$ állandó.) [590 cal/K, $-5,8$ cal/K]

4. feladat. Egy pohárban 100 g jég és 100 g víz van, mindkettő 0 °C-on. Mekkora az entrópiaváltozás, ha a jég lassan 0 °C-os vízzé olvad? (Honnét adódik át a szükséges hő?)

5. feladat*. Egy hideg napon a fűtött, 27 °C-os szobából 3000 cal hő szökik el a $-3$ °C-os téli környezetbe. Mennyit változik a zárt rendszernek tekinthető szoba és légkör (a „világ”) teljes entrópiája?

6. feladat. Egy 2 kg-os, 90 °C-os bronzdarabot 1 liter 20 °C-os vízbe merítünk termosztátban. A közös egyensúlyi hőmérséklet 32 °C. Lassú folyamatot feltételezve mekkora a bronzdarab, a víz és az egész zárt rendszer (a „világ”) entrópiaváltozása? Használjuk fel, hogy adott állandó $c$ fajhőjű folyamatokban, mint pl. a víz melegedése, az entrópiaváltozás $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \delta Q/T = \int_{T_1}^{T_2} c\, m\, dT/T = c\, m \ln(T_2/T_1)$. [$\Delta S_{\text{teljes}} = 6$ cal/K]

7. feladat*. Egy 40 g-os, $-10$ °C hőmérsékletű jégkockát 3 dl 20 °C-os vízbe ejtünk. A rendszer hőszigetelt. Mekkora lesz a közös hőmérséklet? Lassú kiegyenlítődést feltételezve, mennyi a teljes entrópiaváltozás?

8. feladat. Egy 40 g-os, $-10$ °C hőmérsékletű jégkockát 300 g 4 °C-os vízbe ejtünk. A rendszer hőszigetelt. Milyen hőmérsékletű és összetételű lesz az egyensúlyi állapot? Lassú kiegyenlítődést feltételezve, mennyi a teljes entrópiaváltozás? [$\Delta S_{\text{teljes}} = 0,04$ cal/K]

9. feladat. Tegyük fel, hogy egy másik Univerzumban, ha egy 2 kg-os, 90 °C-os bronzdarabot 1 liter 20 °C-os vízbe merítünk termosztátban, akkor a bronz spontán módon 100 °C-ra melegszik és a víz lehűl. Mekkora a víz hőmérséklete, feltételezve, hogy a melegítéshez szükséges hőt a bronz teljes egészében a víztől vonja el? Érvényes ebben az Univerzumban a mi (jó kis) I. és II. főtételünk? [$\Delta S_{\text{teljes}} = -1,4\,\text{cal/K}$]

10. feladat. Az entrópia létezéséből következik, hogy az állapotegyenletből megszorítás adódik az $U$ belső energia térfogatfüggésére. Általánosan érvényes, hogy

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p.$$

Mivel a $C_V$ mólhőre igaz, hogy $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = nC_V$ ($n$ a mólszám), a mólhő a $U(V,T)$ belső energia másik parciális deriváltja állandó anyagtartalom mellett. A $C_V(T)$ mólhő és a $p = p(T,V)$ állapotegyenlet ismeretében a fentiek alapján hasonlóan kereshetjük meg a rendszer $U(V,T)$ belső energiáját, mint ahogyan a mechanikában a potenciált keressük a konzervatív erő komponensei ismeretében ($F_x(x,y) = -\partial V(x,y)/\partial x$, stb.).

a) Mutassuk meg, hogy az ideális gáz belső energiája nem függhet a térfogattól (hőmérsékletfüggése viszont tetszőleges lehet).

b) Mutassuk meg, hogy az állandó $C_V$-jű van der Waals-gáz belső energiája térfogatfüggésében *ugyanannak* az $a$ paraméternek kell megjelennie, mint az állapotegyenletben.

11. feladat*. A rugalmas rúd $\sigma = E(\Delta l/l_0 - \alpha\Delta T)$ ($E$ a Young-modulus) állapotegyenlete a $\sigma \to -(p-p_0)$, $l \to V$, $E \to 1/\kappa$ helyettesítéssel ($\kappa$ az izoterm kompresszibilitás) a

$$p = p_0 - \frac{1}{\kappa}\frac{V-V_0}{V_0} + \frac{\alpha}{\kappa}(T-T_0)$$

alakra írható ($V_0, T_0, p_0$ referencia-adatok). Ez az alak jó közelítéssel leírja számos folyadék és szilárd test állapotegyenletét is. Az előző feladat általános eredményei alapján határozzuk meg az ilyen anyagok belső energiáját, ha a $C_V$ mólhő állandó.

12. feladat. Alacsony hőmérsékleten a kondenzált anyagok hőtágulása elhanyagolható, kompresszibilitásuk viszont hőmérsékletfüggővé válik. Határozzuk meg a

$$p = p_0 - aT^2(V-V_0)$$

állapotegyenletű anyag (a 0 indexű mennyiségek valamely referencia-állapotra vonatkoznak) $U(T,V)$ belső energiáját, ha tudjuk, hogy az állandó térfogatú mólhő $C_V(T) = bT$ alakú. [$U - U_0 = nb(T^2 - T_0^2)/2 - p_0(V-V_0) - aT^2(V-V_0)^2/2$ ]