

Gyakorló feladatok VIII.

1. Kétszer-kettes mátrixokkal mutassuk meg, hogy az $\hat{A}\hat{B}$ szorzat determinánása az egyes determinánsok szorzata, azaz $\det\hat{A}\hat{B}=\det\hat{A} \det\hat{B}$.

2. A determinánsokra vonatkozó kifejtési tétel a 4×4 -es determinánsokra is ér-

vényes. Ezt használva határozzuk meg a $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ determinánst.

3. Oldjuk meg az

$$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \quad (1)$$

$$-5x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -3, \quad (2)$$

$$2x_1 + x_3 - x_4 = 2, \quad (3)$$

$$x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -4 \quad (4)$$

egyenletrendszert Cramer-szabállyal (ebben az eljárásban természetesen 4×4 -es determinánsok lépnek fel).

4. Határozzuk meg az alábbi mátrixok adjungáltját:

$$\hat{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}_2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Mit kapunk ha a mátrixot megszorozzuk (akár jobbról, akár balról) saját adjungáltjával?

5. Számítsuk ki az $(x - 1)/2 = (y + 2)/3 = z/2$ egyenes és az $x - y + 2z = 0$ sík metszéspontjának koordinátáit. Mekkora szöveget zár be az egyenes a sík normálvektorával?

6. Írjuk fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, mely átmegy a $(2, 4, 5)$ ponton és merőleges a $3x + 7y - 5z = 21$ síkra.

7. Párhuzamos-e az $x = 1 - 2t, y = 2 + 5t, z = -3t$ egyenes a $2x + y - z = 8$ síkkal?

8. Határozzuk meg a P_1 pont és az e egyenes távolságát: a) $P_1(2, 1, 3)$, $e: x = 2 + 2t, y = 1 + 6t, z = 3$, b) $P_1(3, -1, 4)$, $e: x = 4 - t, y = 3 + 2t, z = -5 + 3t$.

9. Mutassuk meg, hogy az $x = 1 + t, y = 2 + t, z = 1 - t$ és $x = 1 - 4t', y = 1 + 2t', z = 2 - 2t'$ egyenesek metszik egymást, és írjuk fel síkjuk egyenletét.
10. Határozzuk meg a $P_1(2, -3, 4)$ pont és az $x + 2y + 2z = 13$ sík távolságát.
11. a) Mekkora szöveget zárnak be egymással a $2x + 2y - z = 3$ és $2x - 2y - z = 5$ síkok?
 b) Milyen messze van egymástól az $x + y - z = 1$ és a $2x + 2y - 2z = 5$ sík?
12. Határozzuk meg a

$$\frac{-x - 5}{8} = \frac{y - 7}{10} = \frac{z - 10}{6}$$

és

$$\frac{x - 5}{3} = \frac{y + 3}{5} = \frac{z - 15}{4}$$

egyenletű kitérő egyenesek távolságát.