

Gyakorló feladatok V.

1. Mutassuk meg, hogy az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ vektorszorzat az $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ derékszögű bázisban úgy is előáll, mint a $\begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$ determináns (amit kifejtve most vektorokat kapunk, hiszen az egyes tagok a bázisvektorokkal arányosak).
2. Mutassuk meg, hogy a $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ determináns oszlopai (vagy sorai) megfelelő λ számszorosainak hozzáadásával a $\begin{vmatrix} 0 & a & d \\ 0 & b & e \\ 0 & c & f \end{vmatrix}$ alakra juthatunk, amiből rögtön látszik, hogy a determináns értéke 0.
3. Oldjuk meg az $x_1 + x_2 + 2x_3 = -1$, $2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4$, $4x_1 + x_2 + 2x_3 = -4$ egyenletrendszert Cramer-szabállyal.
4. Oldjuk meg az $x_1 + x_2 + x_3 = 2q$, $2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4q$, $3x_1 - 2x_2 + x_3 = q$ egyenletrendszert Cramer-szabállyal (q tetszőleges paraméter).
5. Oldjuk meg az $x_1 + x_2 + x_3 = 2$, $2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4$, $3x_1 - 2x_2 + px_3 = 1$ egyenletrendszert Cramer-szabállyal (p tetszőleges paraméter). Mi tünteti ki a $p = 3$ értéket?
6. Írjuk fel a $P_0(2, 5, 5)$ ponton átmenő és az xy síkkal párhuzamos sík egyenletét.
7. Határozzuk meg a sík egy pontjának koordinátáit és egy normálvektorát, ha egyenlete a) $2x + 5y - 4z = 11$, b) $2x - 11y = 7$, c) $6x = 13$.
8. Rajta van-e a P pont a P_0 ponton átmenő \mathbf{n} normálvektorú síkon, ha
a) $P(5, 7, 2)$, $P_0(-2, 3, 4)$, $\mathbf{n}(1, 2, 1)$,
b) $P(0, 0, 0)$, $P_0(7, 3, 2)$, $\mathbf{n}(2, -1, 1)$.
9. Mi annak szükséges és elégséges feltétele, hogy az $A_1x + B_1y + C_1z = D_1$ és az $A_2x + B_2y + C_2z = D_2$ síkok párhuzamosak, ill. merőlegesek legyenek.
10. Írjuk fel az egyenes paraméteres egyenletrendszerét, ill. egyenletrendszerét, ha a) $P_0(0, 0, 0)$, $\mathbf{v}(1, 2, -1)$, b) $P_0(2, 3, 4)$, $\mathbf{v}(0, 1, 2)$, a) $P_0(7, -2, 5)$, $\mathbf{v}(0, 0, 1)$.
11. Írjuk fel az A, B pontokat összekötő egyenes paraméteres egyenletrendszerét ill. egyenletrendszerét, ha a) $A(1, 2, -3)$, $B(2, -1, -5)$,
b) $A(0, 1, 3)$, $B(-2, -3, 7)$.
12. Határozzuk meg az egyenes egy pontjának koordinátáit és irányvektorát, ezekből paraméteres egyenletrendszerét, ha egyenletrendszere a) $(x - 2)/2 = (y + 5)/3 = (z - 7)/6$, b) $x/2 = (y + 4)/7 = (z - 5)/4$.