

Gyakorló feladatok III.

1. Igaz-e, hogy ha $\mathbf{a} \times \mathbf{c} = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$, akkor $\mathbf{a} = \mathbf{b}$?
2. Mi a geometriai jelentése az $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b})$ szorzatnak?
3. Határozzuk meg $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ -t és nagyságát, ha
 $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 3, -2)$,
 $\mathbf{a} = (2, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (0, 0, 1)$,
 $\mathbf{a} = (5, 7, -3)$, $\mathbf{b} = (-1, -2, -5)$.
4. Számítsuk ki az ABC háromszög területét, ha a csúcspontjainak koordinátái $A(-1, 1, 2)$, $B(1, -1, -2)$, $C(1, 1, 1)$, ill. $A(2, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$, $C(4, 1, -5)$.
Útmutatás: első lépésként két pont koordinátáiból határozzuk meg a pontokat összekötő szakasz vektorát.
5. Számítsuk ki az $ABCD$ paralelogramma területét, ha a csúcspontjainak koordinátái $A(0, 0, 0)$, $B(2, 0, 0)$, $C(1, 1, 1)$, ill. $A(1, 2, 3)$, $B(2, -1, 3)$, $C(5, -2, -3)$.
6. Egy sík normálvektora bármely olyan vektor, mely merőleges a síkra. Határozzuk meg azon ABC sík normálvektorát, ha az ABC síkról tudjuk, hogy átmegy az $A(4, 0, 2)$, $B(-1, -2, -3)$, $C(5, 1, 3)$ pontokon.
7. Mekkora szöveget zárnak be az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok, ha
 $\mathbf{a} = (-1, 3, 7)$, $\mathbf{b} = (2, 5, -4)$, ill.
 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$, $\mathbf{b} = (-1, -2, 5)$.
Határozzuk meg a szöveget a skalár- és a vektorszorzat alapján is!
8. Legyenek az $\vec{OA} = \mathbf{a}$ és a \mathbf{b} vektorok egymásra merőlegesek. Határozzuk meg azon X pontok mértani helyét a térben, amelyekhez tartozó $\vec{OX} = \mathbf{r}$ -re fennáll, hogy $\mathbf{a} \times \mathbf{r} = \mathbf{b}$.
9. Számítsuk ki $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$ és $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ értékét, ha
 $\mathbf{a} = (0, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 1, -1)$, $\mathbf{c} = (2, -1, 0)$, ill.
 $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, -2, -3)$, $\mathbf{c} = (5, 7, 2)$.
10. Számítsuk ki $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ értékét, ha
 $\mathbf{a} = (0, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 3, 1)$, $\mathbf{c} = (-2, 3, -1)$, ill.
 $\mathbf{a} = (1, -2, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (5, -7, 2)$.