

MATEMATIKAI KIEGÉSZÍTÉS A FIZIKÁHOZ

1. PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont.

1. Számold ki az alábbi integrálokat!

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 10}} dx$ (5 pont)

(b) $\int \frac{1}{2x^2} \ln x dx$ (3 pont)

(c) $\int_0^\infty \frac{-12}{x^2 - 4x - 5} dx$ (4 pont)

(d) $\int \frac{1}{\sqrt{e^x + e^x}} dx$ (6 pont)

2. Számítsd ki az $y^2 = 4ax$ görbe $0 \leq x \leq 3a$ ívének x -tengely körüli megforgatása által keletkezett forgástest térfogatát és felszínét! (2 + 4 pont)

3. Egy motorcsónak álló vízben 5 m/s sebességgel halad. Amikor a motort kikapcsolják, a sebessége 40 s alatt 2 m/s-ra csökken. Tegyük fel, hogy a súrlódási erő, amely a csónak lassítja, arányos a sebességgel. Mekkora a motorcsónak sebessége a kikapcsolás után 2 másodperccel? (7 pont)

4. Határozd meg az $x \sin \frac{y}{x} - y \cos \frac{y}{x} + xy' \cos \frac{y}{x} = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! (6 pont)

5. Határozd meg az $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$ differenciálegyenlet általános megoldását és az $y(\pi/3) = 4$ feltételhez tartozó partikuláris megoldást! (6 pont)

6. Határozd meg az $y'' + 6y' + 13y = 27 \sin x$ differenciálegyenlet általános megoldását! (7 pont)