Kalkulus II.

3. gyakorlat

Improprius integrálok:

- $f : [a, \infty) \to \mathbb{R} : \int_a^\infty f(x)\ \mathrm{d}x = \lim_{t\to\infty} \int_a^t f(x)\ \mathrm{d}x$
- $f : [a, b) \to \mathbb{R} : \int_a^b f(x)\ \mathrm{d}x = \lim_{t\to b} \int_a^t f(x)\ \mathrm{d}x$

1. Számítsuk ki az alábbi improprius integrálokat!

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{+\infty} 2e^{-x}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)(x+1)}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\ln x}\ \mathrm{d}x =$$

2. Számítsuk ki az alábbi improprius integrálokat!

$$\int_0^{1} \frac{1}{x}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{1} \frac{1}{x^2}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{8} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{1} \ln x\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_{-2}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x}}\ \mathrm{d}x =$$

3. Milyen valós α-ra lesznek konvergensek az alábbi improprius integrálok? Mivel egyenlőek?

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha}\ \mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{1} \frac{1}{x^\alpha}\ \mathrm{d}x =$$