

KALKULUS GYAKORLAT

FIZIKA BSC I/2

1. gyakorlat

Határozott integrálok kiszámításához az alábbi tétel szerint elég az integrandus egy primitív függvényét ismerni.

1. Tétel (Newton–Leibniz). *Ha f folytonos az $[a, b]$ intervallumon és F primitív függvénye f -nek, akkor*

$$\int_a^b f = F(b) - F(a).$$

1. Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat!

(a) $\int_{-1}^1 x \, dx$, $\int_0^1 3x^5 - x^2 \, dx$, $\int_0^1 e^x \, dx$, $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \, dx$, $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{tg} x \, dx$;

(b) $\int_0^2 x e^x \, dx$, $\int_0^3 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \, dx$;

(c) $\int_1^2 (3x + 4)^3 \, dx$, $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} \, dx$, $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} \, dx$, $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1 + e^x} \, dx$.

2. Számítsuk ki az alábbi síkidomok területét!

(a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$;

(b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x + 2\}$;

(c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$;

(d) az $y = \sin x$ és az $y = (2/\pi)x$ görbék által határolt síkidom.