

# KALKULUS I. GYAKORLAT

## FIZIKA BSC I., PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont. A ZH-n egysoros kijelzőjű (grafikus megjelenítésre nem alkalmas) számológép használható.

---

1. Igaz-e a következő állítás? Fogalmazzuk meg a tagadását (tagadószó használata nélkül). (4 pont)

$$\forall x \in [0, 2]\text{-höz } \exists q \in [0, 4], \text{ hogy } \sqrt{q} = x.$$

2. Legyenek  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a következő függvények:  $f(x) = 10^{7x+2}$ ,  $g(x) = \sin x^2$ . Határozzuk meg az  $f \circ g$  és a  $g \circ f$  függvényeket és adjuk meg az értelmezési tartományukat! (3+3 pont)

3. Ábrázoljuk a következő függvényt:  $f(x) = x^2 - 12x + 32$ . (4+3+3+4 pont)

(a) Legyen  $f : [8, +\infty) \rightarrow Y$ . Milyen  $Y$  esetén lesz az  $f$  függvény szürjektív?

(b)  $f : [8, +\infty) \rightarrow Y$  esetén injektív-e  $f$ ?

(c) Ha bijektív, adjuk meg az inverzét!

- 4./a  $(\sqrt{3} - 3i)^{2011} = ?$  ( $z = a + ib$  és  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  alakban) (6 pont)

- 4./b Adjuk meg az  $x^4 = 1 + i$  egyenlet 4 megoldását a komplex számok körében ( $z = a + ib$  és  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  alakban)! (6 pont)

5. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét! (4+6 pont)

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n + 5 - \sqrt{4n^2 + 2n}}{3 - 2n}$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2}(n+1) + (2n+3)n!}{2^n(n^2+5) - (n+1)}$

6. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (5+5 pont)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin \frac{x^2+6x+9}{4x+12}}{x+3}$