

KALKULUS I. GYAKORLAT

FIZIKA BSC I/1.

2. gyakorlat

1. Mivel egyenlők az alábbi számok?

$$\log_2 16 = \quad \log_9 3 = \quad \log_6 6 = \quad \log_6 6^6 = \quad 2^{\log_2 3} = \quad \sin \frac{\pi}{6} = \quad \sin \frac{\pi}{4} =$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \quad \sin \frac{\pi}{2} = \quad \sin \frac{2\pi}{3} = \quad \sin \pi = \quad \sin \frac{4\pi}{3} = \quad \sin \frac{5\pi}{3} = \quad \sin \frac{29\pi}{6} =$$

$$\sin \frac{-2010\pi}{4} = \quad \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \quad \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \quad \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = \quad \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = \quad \operatorname{sgn} \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2} = \quad \operatorname{sgn} \operatorname{sgn} \cos \sqrt{2010}\pi =$$

2. Legyenek $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények. Igaz-e, hogy ha mindkettő injektív (szürjektív), akkor $f + g$ is injektív (szürjektív)?

3. Mely függvények injektívek, illetve szürjektívek? Amelyek bijektívek is, azoknak adjuk meg az inverzét!

(a) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{1 - x^2};$

(b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = x^3;$

(c) $h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = x - \frac{1}{x};$

(d) $k : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad k(x) = \frac{1}{x}.$

4. Ábrázoljuk az alábbi függvényeket! Melyek lesznek párosak, páratlanok, periodikusak? Mi az értelmezési tartomány?

$$x \mapsto 2x - 7, \quad x \mapsto 5 - \frac{1}{4}x, \quad x \mapsto x^2 - 3, \quad x \mapsto (x - 3)^2, \quad x \mapsto 6x - x^2, \quad x \mapsto \operatorname{sgn}(6x - x^2),$$

$$x \mapsto x^2 - 6x + 8, \quad x \mapsto x^2 - 6x + 10, \quad x \mapsto 2x^2 - 12x + 10, \quad x \mapsto |x - 3|, \quad x \mapsto |x - 3| + 2, \quad x \mapsto |2x - 1| - 4$$

$$x \mapsto \frac{1}{x+3} + 1, \quad x \mapsto \frac{-2x - 11}{x+3}, \quad x \mapsto 2^x, \quad x \mapsto 2^{1-x}, \quad x \mapsto \log_3 |x|, \quad x \mapsto 5 \left(\frac{1}{2} \right)^{x+2} - 1,$$

$$x \mapsto \cos x, \quad x \mapsto \cos 2x, \quad x \mapsto 2 \cos \frac{x}{2} - 2, \quad x \mapsto 2 \cos \left(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{4} \right) + 4, \quad x \mapsto |\cos |x||.$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9, \quad \frac{(x - 2)^2}{5^2} + \frac{(y - 3)^2}{2^2} = 1$$

5. Ábrázoljuk a trigonometrikus függvények inverzeit! Mi az értelmezési tartomány és az értékészlet?

$$\arcsin x = \left(\sin \Big|_{\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \right)^{-1}(x), \quad \arccos x = \left(\cos \Big|_{[0, \pi]} \right)^{-1}(x),$$

$$\operatorname{arctg} x = \left(\operatorname{tg} \Big|_{\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \right)^{-1}(x), \quad \operatorname{arcctg} x = \left(\operatorname{ctg} \Big|_{(0, \pi)} \right)^{-1}(x).$$