

KALKULUS I. GYAKORLAT
FIZIKA BSC I/1.

1. gyakorlat

1. Rajzoljuk le a számegyenesen az alábbi halmazokat!

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x \leq 5\}$
- (b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 4\}$
- (c) $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 4\}$
- (d) $\{x \in \mathbb{Q} : -1 < x^4 \leq 16\}$
- (e) $\{x \in \mathbb{N} : -1 \leq x^3 \leq 2\}$

2. Ábrázoljuk a következő halmazokat a síkon!

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{N}^2 : 2x + y \leq 1\}$
- (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$
- (c) $\{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x + y \leq 1\}$
- (d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| < 1\}$

3. Igazak-e az alábbi halmazegyenlőségek? Ha igen, bizonyítsuk be, ha nem, akkor adjunk meg konkrét halmazokat, amelyekre nem teljesül az egyenlőség.

- (a) $(A \cup B) \setminus A = B$
- (b) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

4. Legyen X egy halmaz, $A, B \subset X$. Bizonyítsuk be, hogy

$$(a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad (b) \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

5. Adjuk meg az alábbi állítások tagadását! Melyik igaz közülük, maga az állítás, vagy annak tagadása?

- (a) Minden alma érett.
- (b) Létezik $n \in \mathbb{N}$, hogy minden $k \in \mathbb{Z} \cap (-\infty, 0]$ -ra $n > k$.
- (c) Minden p pozitív számhoz létezik $K > 0$, hogy minden $x > K$ esetén $x^2 - px + 1 > 0$.

6. Legyenek $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a következő függvények: $f(x) = x + 3$, $g(x) = x^2$. Határozzuk meg az $f \circ g$ és a $g \circ f$ függvényeket.

7. Írjuk be a hiányzó függvényeket:

- (a) $f(x) = x^2$ $g(x) = x^3 + 3x + 1$ $(f \circ g)(x) = ?$
- (b) $f(x) = ?$ $g(x) = x + 4$ $(f \circ g)(x) = x$
- (c) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = ?$ $(f \circ g)(x) = |x|$