

ELMÉLETI FIZIKAI MÓDSZEREK A
KÖRNYEZETTUDOMÁNYBAN
2. PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont.

1. $\mathbf{v} = \text{grad}r^4$, ahol $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Számítsd ki $\text{div} \mathbf{v}$ értékét!
2. a) Keresd meg az $xy \, dx + \sqrt{1 - x^2} \, dy = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását,
b) és az $y(0) = 2e$ kezdeti feltételhez tartozó megoldását!
3. Egy motorcsónak álló vízben 5 m/s egyenletes sebességgel halad. Ha a motort kikapcsolják, a sebessége 40 s alatt 2 m/s-ra csökken. A súrlódási erő, amely a csónakot lassítja, arányos a csónak sebességével. Mekkora a motorcsónak sebessége a kikapcsolás után 2 s-mal?
4. Határozd meg az $x^3 + y^3 - xy^2y' = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását!
5. Keresd meg az $y' \cos x + y \sin x = 1$ differenciálegyenlet általános megoldását!
6. Keresd meg az $y' + y = 2x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
7. Határozd meg az $y'' + y = 0$ differenciálegyenlet $y(0) = 0$ és $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ kezdeti feltételhez tartozó megoldását!