

ELMÉLETI FIZIKAI MÓDSZEREK A  
KÖRNYEZETTUDOMÁNYBAN  
PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont.

---

1. Számold ki az alábbi primitív függvényeket! (5×2 pont)

$$\int \frac{\sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} + 7 \cos 2x \, dx$$
$$\int \left( \frac{1}{e^{x-2}} \right) \, dx$$
$$\int (20x - 19)^{2011} \, dx$$
$$\int \frac{1}{2x^2} \ln x \, dx$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 10}} \, dx$$

2. Számítsd ki a következő improprius integrált! (8 pont)

$$\int_0^{+\infty} \frac{-12}{x^2 - 4x - 5} \, dx$$

3. Legyen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) := (x^3 - 2y \sin(2x), \cos(2x) + 3y^2)$ , és legyen  $\varphi : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\varphi(t) := (5t, 12t)$ .

- (a) Mennyi a  $\varphi$  görbe ívhossza? (2 pont)  
(b) Számítsd ki  $f$  egy primitív függvényét! (5 pont)  
(c) Mennyi az  $f$  függvény vonalintegrálja a  $\varphi$  görbén? (5 pont)

4. Számítsd ki az alábbi síkidom területét: (10 pont)

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{3} \leq y \leq \sqrt{3x} \right\}$$

5. Jelölje  $N$  az  $N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -x \leq y \leq x\}$  halmazt! Számítsd ki az  $\int_N 3xy^2$  integrált! (10 pont)